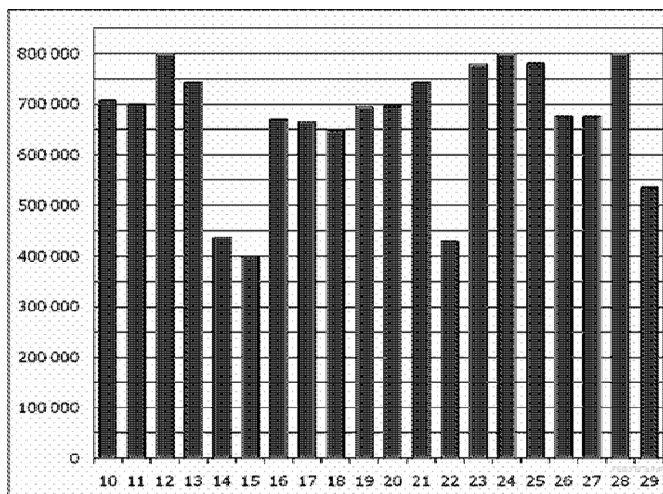


## Демонстрационный вариант вступительного экзамена по общеобразовательному предмету «Математика»

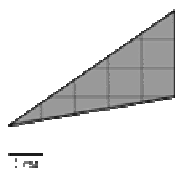
1. После повышения цены на 20% чайник стал стоить 1800 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены? **Ответ: 1500.**

2. На рисунке приведена диаграмма ежедневного потока пассажиров некоторой станции метро в



период с 10 по 29 июня. Определите разницу между наибольшим и наименьшим количеством пассажиров в указанный период. **Ответ: 400000.**

3. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке. **Ответ: 7,5.**



4. В кармане было 3 монеты «10 рублей», 1 монета «5 рублей» и 4 монеты «2 рубля». Одна монета была потеряна. Какова вероятность того, что потеряли монету «10 рублей»?

**Ответ: 0,375.**

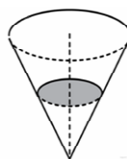
5. Решите уравнение  $4 \cdot 3^x - 3^{x+1} = 81$ . **Ответ: 4.**

6. Площадь равностороннего треугольника равна  $\sqrt{3}$ . Найдите длину стороны треугольника.

**Ответ: 2.**

7. Прямая  $y = 3x - 1$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 7x - 2$ . Найдите абсциссу точки касания. **Ответ: -2.**

8. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает половины высоты. Объем жидкости равен 70 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд? **Ответ: 490.**



9. Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,6$  и если  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . **Ответ: -0,8.**

10. К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 55$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$ . При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 50 В? Ответ выразите в Омах. **Ответ: 5.**

11. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах. **Ответ: 600.**

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = 5\cos x - 6x + 4$  на отрезке  $[-\frac{3\pi}{2}, 0]$ .

**Ответ: 9.**

**13.** а) Решите уравнение  $1 - 2\sin^2 x - \cos x = 0$ . б) Найдите все корни данного уравнения, принадлежащие промежутку  $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$ .

**Решение:**  $1 - 2(1 - \cos^2 x) - \cos x = 0$

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 9$$

$$(\cos x)_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{D}}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{2}; 1$$

$$1) \cos x = -\frac{1}{2}; \quad x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \dots, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \dots$$

Отрезку  $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$  принадлежит  $x = -\frac{2\pi}{3}$ .

$$2) \cos x = 1; \quad x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad x = \dots, -2\pi, 0, 2\pi, \dots$$

Отрезку  $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$  принадлежит  $x = 0$ .

**Ответ:** а)  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $x = -\frac{2\pi}{3}$  или  $x = 0$ .

**14.** Решите неравенство:  $\log_{0,5}^2(-\log_3 x) - \log_{0,5} \log_3^2 x \leq 3$ .

**Решение.** Так как  $\log_a(b^k) = k \cdot \log_a|b|$  и так как по условию задачи  $(-\log_3 x) > 0$ , получаем  $\log_{0,5}^2(-\log_3 x) - 2 \cdot \log_{0,5}(-\log_3 x) \leq 3$ . Обозначим  $z = \log_{0,5}(-\log_3 x)$ .

Неравенство превращается в такое:  $z^2 - 2z - 3 \leq 0$ . Находим  $z_{1,2} = -1; 3$ . Ветви параболы смотрят вверх, поэтому решением будет  $z \in [-1; 3]$ . Возвратимся к переменной  $x$ , получим  $-1 \leq \log_{0,5}(-\log_3 x) \leq 3$ , откуда

$\log_{0,5}(0,5)^{-1} \leq \log_{0,5}(-\log_3 x) \leq \log_{0,5}(0,5)^3$ , следовательно, из-за  $0 < 0,5 < 1$  будет  $(0,5)^{-1} \geq -\log_3 x \geq (0,5)^3$ . Умножая все части неравенства на  $(-1)$ , получим

$-2 \leq \log_3 x \leq -\frac{1}{9}$  или  $\log_3 3^{-2} \leq \log_3 x \leq \log_3 3^{-\frac{1}{9}}$ . Получилось  $3^{-2} \leq x \leq 3^{-\frac{1}{9}}$ , откуда

$\frac{1}{9} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt[9]{3}}$ . **Ответ:**  $[\frac{1}{9}; \frac{1}{\sqrt[9]{3}}]$ .